مجلّة جامعة عدن للعلوم الانسانيّة والاجتماعية
EJUA-HS Vol. 3 No. 1 (2022)
https://doi.org/10.47372/ejua-hs.2022.1.147/
ISSN: 2708-6275

مقالة بحثية

استخدام المصفوفة الماركوفية الماصة في تحليل حركة الطلاب في كلية طب الأسنان - جامعة عدن

حسين عبدالحافظ صالح عوض المرفدي*

قسم الرياضيات، كلية التربية - يافع، جامعة عدن، اليمن

* الباحث الممثل: حسين عبدالحافظ صالح عوض المرفدي؛ البريد الالكتروني: hussin80662@hotmail.com

استلم في: 01 مارس 2022 / قبل في: 19 مارس 2022 / نشر في: 31 مارس 2022

المُلخّص

يهدف هذا البحث إلى تقدير متوسط مدة بقاء الطالب في كلية طب الأسنان جامعة عدن حتى تخرجه، وكذلك تقدير نسبة الطلاب الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس والذين سيتعرضون للفصل، وقد استخدم المنهج الوصفي التحليلي في هذا الدراسة وذلك عن طريق تحليل البيانات باستخدام أحد الأساليب الكمية وهو سلاسل ماركوف باعتبارها من أفضل الوسائل التي تستخدم في هذا المجال، واستخدم متوسط الطلاب الناجحين والراسبين والمفصولين والخريجين للفترة بين 2007/2006 و2020/2019 في تحليل سلاسل ماركوف عوضا عن استخدام بيانات عام واحد، وقد توصل البحث الى عدة نتائج منها أنه لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان جامعة عدن والمدة النظامية، وانه بعد مدة زمنية قدرها (أربع سنوات وأربعة أشهر وخمسة وعشرون يوما، ثلاث سنوات وستة أشهرا وسبعة عشر يوما ،عامان وتسعة أشهر وثمان عشر يوما، سنة وإحدى عشر شهر وسبع أيام، سنة وخمسة أيام) سيحصل(69% ، 72% ،82% ،90% ،100%) من طلاب المستوى (الأول، الثاني، الثالث، الرابع، الخامس) على التوالي على التخرج وإن احتمال فصلهم هو(0.311 ،0.275 ،0.184 ،0.099 ،0) .

الكلمات المفتاحية: سلاسل ماركوف، مصفوفة ماركوف الماصة، متوسط مدة البقاء، جامعة عدن.

مقدمة:

هناك تدفق كبير للمتخرجين من الجامعات اليمنية وشحة في فرص العمل وذلك لعدم وجود سياسة واضحة تربط بين مخرجات التعليم ومتطلبات سوق العمل، حيث أن أعداد الخريجين يفوق بكثير حجم فرص العمل المتوفرة في السوق وفي ازدياد مستمر، وهذا الدراسة تستخدم أحد تطبيقات العمليات التي تأخذ العامل الزمنى في الاعتبار وهو سلاسل ماركوف في قياس حركة الطلاب، من خلال تنقلاتهم وبقائهم بين المستويات المختلفة، كمحاولة للتوصل إلى معالجات وتوصيات من شأنها المساهمة في ربط التعليم الجامعي بحاجات المجتمع.

مشكلة الدراسة:

نتيجة التطور الاقتصادي والاجتماعي والسياسي الذي يشهده العالم فقد ركزت كثير من الدول على الموائمة بين أعداد الخرجين من الجامعات وحاجات المجتمع، ولكن اليمن تسلك سلوكا مغايرا ولا توجد موائمة بين عدد الخريجين الجامعيين وبين حاجة سوق العمل فأصبح الخلل واضحا للعيان وأصبح عدد الخريجين يتكدس عاما بعد آخر، وهناك شيء آخر وهو تعثر الطلاب وتسربهم خلال مراحل دراستهم المختلفة والذي يعد حجر عثرة إمام متخذي القرار حيث إنهم لا يعرفون عدد الطلاب المراد تسجيلهم وقبولهم ، وكذلك لا يعرفون عدد الطلاب الخريجين والمنتقلين بين المراحل المختلفة ، وبالتالي فإن الاستفادة من النماذج الإحصائية يعد أمرا مرغوبا لإن هذه النماذج تستخدم كإنذار مبكر يساعد في التعرف على المشاكل المختلفة وإيجاد الحلول لها قبل وقوع المشكلة.

أهداف الدراسة:

هدفت هذه الدراسة إلى توظيف سلاسل ماركوف في إيجاد نماذج رياضية تمثل حركة الطلاب بين مستوياتهم المختلفة في كلية طب الأسنان وكذلك معرفة متوسط بقاء الطالب حتى إكمال دراسته، وتوفيق نموذج يتنبأ بأعداد الطلاب المتخرجين للأعوام اللاحقة.

أهمية الدراسة:

يتزايد الاهتمام بالتعليم الجامعي يوما بعد يوم في معظم المجتمعات فهو المعيار لتقدم الأمم ومصدر قوتها والرصيد الاستراتيجي الذي يرفد المجتمع بحاجته من الأيادي المدربة التي يحتاج إليها للنهوض وتحقيق التنمية الشاملة في كافة مجالات الحياة المختلفة، ومن هذا المنطلق تكمن أهمية دراسة الوضع الراهن والتنبؤ باحتياجات المستقبل ومن ثم وضع خطط استراتيجية وسياسات واضحة للعملية التعليمية في الجامعات لضمان

بناء كادر قادر على التكيف مع الواقع والمجتمع، وسيتم في هذه الدراسة تحليل تحركات الطلاب بين المستويات المختلفة في كلية طب الأسنان جامعة عدن وبذلك فهو يوفر قاعدة معلوماتية لعمادة الكلية بشكل خاص والقائمين على التعليم العالي ومتخذي القرار بشكل عام ويساعدهم على تقييم مستوى التحصيل الأكاديمي للطلاب والتخطيط لمخرجاته.

فرضية الدراسة:

فرض العدم: لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان والحد الأدنى للبقاء (خمس سنوات).

الفرض البديل: توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان والحد الأدنى للبقاء (خمس سنوات).

منهجية الدراسة:

سيتم استخدام المنهج الوصفي التحليلي في هذا الدراسة وذلك عن طريق تحليل البيانات باستخدام أحد الأساليب الكمية وهو سلاسل ماركوف.

مصادر البيانات:

تستند الدراسة في إطارها العملي على البيانات الإحصائية (إدارة التخطيط والإحصاء بالجامعة، وقسم التسجيل بالكلية) وفي إطارها النظري إلى كل ما هو متاح من مراجع وتقارير ودوريات متخصصة ودراسات وكتب.

الدراسات السابقة:

توجد العديد من الدارسات التي تعرضت لهذا الموضوع والتي استخدمت سلاسل ماركوف ومنها:

1. **دراسة** "سهاد عبد الله، 2017، أثر استخدام سلاسل ماركوف في تخطيط التعليم الجامعي-دراسة تطبيقية على كلية المجتمع للبنات بخميس مشيط " حيث تم تقدير مدة بقاء الطالب لحصوله على شهادة التخرج، وتناولت هذه الدراسة مشكلة قلة عدد الخريجات من كلية خميس مشيط مقارنة بعدد المتقدمات بالكلية كل عام وقد وضعت هذه الدراسة نموذج لتقدير أعداد المتخرجين.
2. **دراسة** " د .مؤمن محمد الحنجوري ود .شادي اسماعيل التلباني، 2013، استخدام سلاسل ماركوف الامتصاصية في تحليل حركة الطلبة خلال المراحل الدراسية - دراسة تطبيقية على طلبة كلية الهندسة بالجامعة الاسلامية بغزة " وفي هذه الدراسة تم تقدير معدل التخرج السنوي، وتم حساب زمن بقاء الطالب للحصول على البكالوريوس وتقدير عدد الخريجين والمفصولين.
3. **دراسة** "د. صفاء معطي و د. مختار لصفوح، 2012، تقدير حركة الطلاب في التخصصات المختلفة في كلية العلوم الإدارية باستخدام سلاسل ماركوف الماصة "حيث تم حساب زمن انتظار الطالب في كل فصل من فصول الدراسة حتى تخرجه، وتم تقدير العدد المتوقع من الخريجين ولمدة أربع سنوات قادمة.
4. **دراسة** "شهاب احمد ابراهيم العبيدي، 2011، استخدام سلسلة ماركوف الماصة في التنبؤ بأعداد الطلبة الخريجين لبعض اقسام كلية العلوم / جامعة كركوك " وقد توصلت الدراسة إلى أن استخدام نموذج سلسلة ماركوف يعتبر من أفضل النماذج لوصف وتحديد المشكلة، وأن نسب النجاح كانت عالية جدا في اقسام الكلية المذكورة، وإن استخدام سلسلة ماركوف الماصة قدمت فرصة جيدة للتنبؤ بالأعداد المستقبلية للطلبة المتخرجين.

عمليات ماركوف (Markovian processes):

العملية العشوائية هي أحد المفاهيم الأساسية في نظرية الاحتمالات وفي جميع العلوم الطبيعية والهندسية والاقتصادية والاجتماعية، وقد أخذت دراستها كفرع من فروع الاحتمالات المتقدمة أهمية كبيرة في بدايات القرن العشرين واعتمدت عليها العديد من الدراسات في الاحتمالات المتقدمة ، وعمليات ماركوف "تعرف بإنها الوسيلة التي يتم بها تحليل التغيرات الحالية لمتغير عشوائي معين من أجل التنبؤ بالتغيرات المستقبلية لهذا المتغير، وقد أطلقت هذه التسمية نسبة للعالم الرياضي الروسي ماركوف (A.Markov) الذي استخدم هذا الأسلوب في البداية لدراسته حركة جزيئات غاز ما في إناء مغلق ثم التنبؤ بحركة هذه الجزيئات في المستقبل"(البازي والعباسي ,2008: 134)، ويعتمد أسلوب ماركوف على رصد ملامح الواقع وذلك باعتبار أن ما سيحدث في المستقبل هو صورة لما حدث في الماضي القريب، ونحن نعلم أن لكل عملية عشوائية أياً كانت، فضاء حالة S وفضاء أدلة T ، وبناء عليهما يتم تصنيف العملية العشوائية مع مراعاة أنه إذا كان فضاء الحالة قابل للعد فإن العملية العشوائية تسمى سلسلة (Chain) ، وإذا كانت السلسلة لها عدد منتهي من الحالات فإنها تكون محدودة، وعليه يمكن تصنيف عمليات ماركوف اعتمادا على مجال العينة إلى نوعين:

1. سلاسل ماركوف (Markov Chain) عندما يكون مجال العينة متقطع.
2. عمليات ماركوف (Markov Processes) عندما يكون مجال العينة مستمرا.

سلاسل ماركوف:(Markov Chain)

وتعرف سلاسل ماركوف:" بأنها عبارة عن سلسلة من الحالات التي تمر بها ظاهرة ما خلال فترة زمنية معينة أو سلسلة من المواقع التي يمر بها جسيم متحرك خلال فترة زمنية مختلفة، استنادا إلى قوانين احتمالية تدعى الاحتمالات الانتقالية (الوحيشي, 2000: 37).

فإذا رمز للحالات التي تحتلها العملية في الأزمنة ....0,1,2.3 ب $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ فإن هذه Xs متغيرات عشوائية، وإذا كانت هذه المتغيرات العشوائية متقطعة فإنه يقال إن هناك سلسلة ماركوف إذا كان التوزيع الاحتمالي الشرطي لـ X_{n+1} إذا علم $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ يعتمد فقط على X_n أي أن خاصية ماركوف هي:

$$P(X_{n+1} = j | X_0 = R, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n = i) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij}, \quad (1)$$

وتعبر العملية العشوائية $X_n, n\epsilon T$ عن سلسلة ماركوف إذا كانت منفصلة الحالة، منفصلة الزمن وتحقق خاصية ماركوف المذكورة أعلاه.

وتصنف سلاسل ماركوف حسب أمكانية الانتقال من أي حالة من حالاتها إلى الحالات الأخرى كالتالي:

- **حالة العودة (Recurrent State):** يقال للحالة (i) بأنها حالة عودة أو حالة رجوع إذا وفقط إذا كان من المؤكد رجوع العملية للحالة (i) التي سبق وإن غادرتها.
- **حالة الزوال (Transient State):** يقال للحالة (i) بأنها حالة زوال إذا وفقط إذا كان هناك احتمال موجب بإن لا تعود العملية للحالة (i) التي سبق وإن غادرتها."(بازي والعباسي, 2006: 139).
- **الحالة الدورية (Periodic State):** يقال للحالة i في سلسلة ماركوف بأنها حالة دورية إذا كان القاسم المشترك الأعظم لعدد الدورات التي تظهر فيها الحالة i أكبر من الواحد الصحيح، وعكس ذلك تسمى الحالةi حالة غير دورية ويقال لحالة العودة (i) بأنها دورية بطول دورة مقداره (L) إذا كان $(L \geq 2)$ يمثل أكبر عدد صحيح موجب تحقق:

$$\mathrm{P}[\mathrm{R_i} = \mathrm{nL}, \text{for some } \mathrm{n} \geq 1] = 1, \quad (2)$$

وإلا فإنه يقال للحالة (i) بإنها غير دورية حيث أن: (R_i) يمثل وقت العودة (Recurrence Time)

- **الحالة الماصة (Absorbing State):** إذا كانت مجموعة من الحالات C، بحيث لا يمكن لأي حالة خارج C الوصول لأي وضع داخل المجموعة C، تسمى هذه المجموعة مغلقة closed

set ، وإذا كانت المجموعة المغلقة C ، تحتوي على حالة واحد j ، يسمى j حالة ماصة

$$P_{ik} = 0 \ \forall j \neq k, P_{jj} = 1 \quad (3)$$

والحالة الماصة هي حالة يكون فيها استحالة الانتقال منها إلى أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة، في حين يكون هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة انطلاقا من بقية الحالات.

مصفوفة احتمالات الانتقال:

الخطوة الأولى في تحليل ماركوف هو تكوين المصفوفة الانتقالية وكما أوضح (محمد،2011: 19-20) يكون تكوينها بالشكل التالي:

إذا كان هناك معلومات أولية عن ظاهرة ما ولتكن y تم تصنيفها إلى n من الحالات (المجموعات) التي نرمز لها بالرمز (Si , i =1,2,3,…, n) ومن ثم يتم وضع حالات تلك الظاهرة بجدول يصف انتقال تلك الحالات فيما بينها وكما موضح في الجدول (1)

جدول (1): يوضح كيفية توزيع قيم الظاهرة y وعلى n من الحالات

State الحالات	S_1	S_2	$\cdots$	S_j	$\cdots$	S_n	المجموع عند الفترة t
S_1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1n}	$\boldsymbol{y_{1.}}$
S_2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2j}	$\cdots$	y_{2n}	$\boldsymbol{y_{2.}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_j	y_{j1}	y_{j2}	$\cdots$	y_{jj}	$\cdots$	y_{jn}	$\boldsymbol{y_{j.}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_n	y_{n1}	y_{n2}	$\cdots$	y_{nj}	$\cdots$	y_{nn}	$\boldsymbol{y_{n.}}$
المجموع عند الفترة t+1	$y_{.1}$	$y_{.2}$	$\cdots$	$y_{.j}$	$\cdots$	$y_{.n}$	$\boldsymbol{y_t = y = y_{t+1}}$

إذ إن قيمة الظاهرة عند الحالة S = i و S = j هي(yij ; i, j = 1,2, … , n)،

وإن مجموع الظاهرة iعند الفترة t هو $(y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}\ ; i = 1,2,\ldots,n\ )$،

وإن مجموع الظاهرة jعند الفترة t+1 هو$(y_{.j} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}\ ; i = 1,2,\ldots,n)$،

وإن المجموع الكلي للظاهرة هو $(y = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} y_{ij})$.

الخطوة التالية هي تقدير احتمالات الانتقال باستخدام طريقة الترجيح الأعظم وفي هذه الطريقة فأن احتمال الانتقال المقدر من الوضع i إلى الوضع j يحسب من خلال الصيغة التالية:

$$P_{ij} = \frac{y_{ij}}{y_{i.}}\ . \qquad (4)$$

وكما أشار (أحمد,2008:244) إلى أنه بعد إجراء عملية التقدير سيتم تحويل مشاهدات الظاهرة الموجودة في الجدول أعلاه إلى قيم احتمالية تمثل احتمال انتقال الظاهرة من حالة إلى أخرى خلال الفترة t وكما مبين في الجدول (2) التالي:

جدو ل (2): يوضح الاحتمالات الانتقالية لقيم الظاهرة y

الحالات	S_1	S_2	$\cdots$	S_j	$\cdots$	S_n	المجموع
S_1	P_{11}	P_{12}	$\cdots$	P_{1j}	$\cdots$	P_{1n}	**1**
S_2	P_{21}	P_{22}	$\cdots$	P_{2j}	$\cdots$	P_{2n}	**1**
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	**1**
S_i	P_{i1}	P_{i2}	$\cdots$	P_{ij}	$\cdots$	P_{in}	**1**
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	**1**
S_n	P_{n1}	P_{n2}	$\cdots$	P_{nj}	$\cdots$	P_{nn}	**1**

لقد جرت العادة على وضع الاحتمالات الانتقالية للظاهرة على شكل مصفوفة تدعى بمصفوفة الاحتمالات الانتقالية (Transition Probability Matrix) التي تعد من المكونات الأساسية لسلسلة ماركو ف والتي تتصف بالآتي:

- تكون مصفوفة مربعة من الرتبة $(n \times n)$ ويرمز للصفوف بالرمز j ويرمز للأعمدة بالرمز i أما العنصر الذي ترتيبه (i,j) فيمثل الاحتمال P_{ij} .
- تتكون من مجموعة من الحالات الانتقالية والماصة.
- يشترط في عناصر هذه المصفوفة أن تكون غير سالبة وأن تكون قيم احتمالية (جميع قيم المصفوفة بين الصفر والواحد) أي أن $1 \geq P_{ij} \geq 0$.
- أن مجموع عناصر كل صف فيها يساوي الواحد الصحيح، أي أن $\sum_j P_{ij} = 1$.

إن العناصر (P_{ij})المكونة لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية $P = \{P_{ij}\}$لسلاسل ماركوف تمثل احتمالات انتقال العملية العشوائية من الحالة (i) إلى الحالة (j) في خطوة واحدة أي خلال فترة زمنية محددة، فإذا أريد إ يجاد قيمة احتمال انتقال الظاهرة من الحالة (i) إلى الحالة (j)وبعدد محدود من الخطوات أو الفترات الزمنية مقداره (m) فيكون هناكP_{ij}^{m}حيث أن:

$$P_{ij}^{m} = P(X_{n+m} = j/X_n = i)\ . \qquad (5)$$

ويمكن كتابة مصفوفة احتمالات الانتقال$P^{(m)}$ بعد m خطوة على الصورة التالية :

$$P^{(m)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(m)} & P_{12}^{(m)} & P_{13}^{(m)} & \cdots & P_{1n}^{(m)} \\ P_{21}^{(m)} & P_{22}^{(m)} & P_{23}^{(m)} & \cdots & P_{2n}^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}^{(m)} & P_{n2}^{(m)} & P_{n3}^{(m)} & \cdots & P_{nn}^{(m)} \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

فإذا كانت m =1 فإن P_{ij}^{m} يصبح احتمال الانتقال من الحالة i إلى الحالة j بخطوة واحدة.

سلاسل ماركوف الامتصاصية:

ليست جميع سلاسل ماركوف التي تطبق على العلوم الحياتية تحتوي على مصفوفة انتقالية عادية منتظمة، فقد نفى (Greenwell and et., 2003, p,10) أن تكون جميع سلاسل ماركوف اعتيادية ، حيث هناك بعض التطبيقات الهامة لا تتضمن انتقال اعتيادي بين الحالات ، لذا يوجد نوع أخر من سلاسل ماركوف يستخدم على نطاق واسع يسمى سلسلة ماركوف الماصة (Absorbing Markov Chain) والتي تستخدم في

النماذج المرتبطة بالكائنات الحية مثل حالة الموت ، حيث تنتقل الحالات الأخرى اليها ولا يمكنها الرجوع ، فإذا احتوت السلسلة المار كوفية على حالة يكون فيها استحالة الانتقال منها إلى أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة، في حين يكون هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة انطلاقا من بقية الحالات، فيطلق على المصفوفة المكونة لتلك السلسلة اسم الامتصاصية (الماصة) فهذا النوع يستخدم على نطاق واسع في العلوم الحياتية، وتكون السلسلة الماركوفية في الحالة الامتصاصية إذا تحقق الشرطان التاليان:

1. يوجد على الأقل حالة ماصة يستحيل الانتقال منها إلى أية حالة من الحالات الأخرى.
2. هناك إمكانية الوصول إلى هذه الحالة الماصة انطلاقا من أي حالة من الحالات المكونة للسلسلة.

ويمكن في السلسلة الماركوفية الماصة الانتقال من الحالات غير الماصة إلى إحدى الحالات الماصة وذلك بعدد من الخطوات اللازمة للوصول إلى الحالة الماصة و نرمز لعدد الخطوات بـ (n_j) ولاحتمال الوصول إلى الحالة الماصة ب (p_j) .

فإذا كانت سلسلة ماركوف مكونة من n حالة منها r حالة ماصة s حالة غير ماصة فيكون $n = r + s$، ولتحليل سلسلة ماركوف الامتصاصية يجب تقسيم مصفوفة الاحتمالات الانتقالية الى اربع مصفوفات فرعية حيث يكون شكلها كما ذكر (Zhang and et ,2016,p,217)كما يلي:

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ O & I \end{bmatrix}. \qquad (7)$$

حيث أن:

Q: مصفوفة احتمالات الانتقال من حالة غير ماصة الى حالة غير ماصة .وهي مكونة من (s سطرا s عمودا).

R: مصفوفة احتمالات الوصول إلى الحالة الماصة انطلاقا من الحالات غير الماصة مكونة من (s سطرا r عمودا).

O: مصفوفة صفرية (Zero Matrix) تعكس احتمالات الانتقال من حالة ماصة الى حالة غير ماصة وهي مكونة من (r سطرا s عمودا).

I: مصفوفة أحادية (Identity Matrix) وتعكس احتمالات البقاء ضمن الحالة الماصة وهي مكونة من (r سطرا r عمودا). وبعد إجراء (n) خطوة انتقال فإن المصفوفة P كما أوضح (Oliver c. , 2009,P, 77-80) تأخذ الشكل التالي:

$$P^2 = \begin{bmatrix} Q^2 & R + QR \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^2 & R(I+Q) \\ O & I \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

$$P^3 = \begin{bmatrix} Q^3 & R + QR + Q^2R \\ O & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^3 & R(I+Q+Q^2) \\ O & I \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

$$P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R(I+Q+Q^2+\cdots+Q^{n-1}) \\ O & I \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

$$P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R\sum_{i=0}^{n-1} Q^i \\ O & I \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

$$\lim_{n\to\infty} P^n = \begin{bmatrix} Q^n & R(I-Q)^{-1} \\ O & I \end{bmatrix}, \qquad (12)$$

حيث أن

1. $Q^n \to 0 \,, n = \infty$.
2. $\sum_{i=0}^{\infty} Q^i = 1 + Q + Q^2 + \cdots = (I-Q)^{-1}.$

مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف الامتصاصية يرمز لها بالرمز N وأطلق عليها (رودين وآخرون :109) اسم المصفوفة الاساسية للسلسلة المار كوفية الامتصاصية حيث

$$\mathrm{N} = (I-Q)^{-1} . \qquad (13)$$

تعريف زمن الامتصاص - Time to Absorption:

الزمن الوسطي قبل الوصول للحالة الماصة والتي تبدأ من الحالةSi عرفه (أزهري، 2017، 24:)كما يلي:

$$t = Ne, \qquad (14)$$

شعاع عمودي جميع عناصره وحدات. e حيث

أي أن مصفوفة متوسطات أزمنة الامتصاص ابتداء من الحالات غير الماصة يرمز لها بالرمز Mحيث

$$M = \mathrm{N}e = (I-Q)^{-1}e \ . \qquad (15)$$

احتمالات الامتصاص - Absorption Probabilities:

بفرض b_{ij} احتمال السلسلة الماصة التي سوف تصل للحالة الماصة S_i انطلاقاً من حالة عابرة Si فإن المصفوفة $\mathrm{B} = \{\mathrm{b_{ij}}\}$ مؤلفة من t سطر و r عمود تكون كما أشار (أزهري: 24) كالآتي:

$$B = NR \ , \qquad (16)$$

مصفوفة غير صفرية. R المصفوفة الأساسية و N حيث

أي أن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة هي

$$B = (I-Q)^{-1}R \, . \qquad (17)$$

وكما أشار (غافل، 2017: 177) كذلك فإن $N = (\mu_{ij})$ ويعبر عنها أيضا بإنها متوسط عدد الزيارات بين حالات الزوال (التوقع المشروط للزيارة)، يمكن حساب مصفوفة التباينات غير المشروطة لزمن بقاء الطالب في الكلية كما أوضحا (Kemeny and Snell, 1980,p,50) بالشكل التالي:

$$Var(N) = (2N-I)*M - M_{sq} \ , \qquad (18)$$

حيث أن $\mathrm{M_{sq}}$ تمثل مربعات عناصر المصفوفة M.

تقييم النموذج المستخدم Models Evaluation

يجب معرفة أن النموذج الذي تم استخدامه يعتبر ذو كفاءة أم لا ويعتبر النموذج ذو كفاءة إذا كانت النتائج المتوقعة قريبة جدا للنتائج الفعلية، وكما أوضح (عبدالله،2017:91) فإن هنالك العديد من المعايير التي يمكن أن تستخدم لاختبار كفاءة النموذج منها متوسط مربع الخطأ(M.S.E) ومتوسط مربع الخطأ المطلق (M.A.SE) ومتوسط الخطأ المطلق النسبي (M.AP.E) وكذلك مقياس تايل لعدم التساوي Thail Unequal Statistic والذي يمكن تطبيقه حسب المعادلات التالية:

$$\mathrm{u} = \sqrt{\frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}-1}(\mathrm{P_i}-\mathrm{A_i})}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}-1}\mathrm{A_i^2}}} \ , \qquad (19)$$

حيث

$$P_i = \frac{E_{i-1}-O_i}{O_i} \qquad ; \qquad A_i = \frac{E_{i+1}-O_i}{O_i},$$

علما أن O_iهي القيم الفعلية E_i هي القيم المتنبئ بها وإن $0 \le \mathrm{u} < \infty$ وعندما $0 \le \mathrm{u} \le 1$ فإن النموذج يعتبر نموذجا جيدا للتنبؤ وله قوة تنبؤية عالية.

مصفوفة احتمالات الانتقال في التعليم الجامعي

تمنح كلية الأسنان شهادة البكالوريوس في مدة دراسية خمس سنوات وعند تطبيق سلاسل ماركوف الماصة على حركة الطلاب بين المستويات المختلفة ويمكن تصنيف الحالات الآتية:

L_1	حالة الطالب في المستوى الأول في كلية الأسنان.	حالات غير ماصة
L_2	حالة الطالب في المستوى الثاني في كلية الأسنان.	
L_3	حالة الطالب في المستوى الثالث في كلية الأسنان.	
L_4	حالة الطالب في المستوى الرابع في كلية الأسنان	
L_5	حالة الطالب في المستوى الخامس في كلية الأسنان.	
L_I	حالة فصل الطالب من الكلية نهائيا.	حالات ماصة
L_{II}	حالة تخرج الطالب من الكلية من المرحلة الأخيرة.	

ولتكوين مصفوفة احتمالات الانتقال بين المراحل المختلفة لابد أولاً من كتابة مصفوفة أو جدول يعكس التغيرات التي طرأت على تنقلات الطلبة بين المستويات المختلفة ويكون الجدول بالشكل التالي:

State الحالات	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_I	L_{II}
L_1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	0	0	0	$a_{1,I}$	**0**
L_2	0	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	0	0	$a_{2,I}$	**0**
L_3	0	0	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	0	$a_{3,I}$	**0**
L_4	0	0	0	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	$a_{4,I}$	**0**
L_5	0	0	0	0	$a_{5,5}$	$a_{5,I}$	$\boldsymbol{a_{5,II}}$
L_I	0	0	0	0	0	$a_{I,I}$	**0**
L_{II}	0	0	0	0	0	0	$\boldsymbol{a_{II,II}}$

حيث أن

$a_{i,i+1} \;\; , i = 1,2,3,4$ تمثل أعداد الطلاب الذين انتقلوا من المستوى (i) إلى المستوى (i+1)،

$a_{i,i} \;\; , i = 1,2,3,4,5$ تمثل عدد الطلاب الذين بقوا في المستوى (i)،

$a_{i,I} \;\; , i = 1,2,3,4,5$ تمثل عدد الطلاب الذين فصلوا من المستوى (i)،

$a_{5,II}$ تمثل عدد الطلاب الذين تخرجوا من المستوى الخامس،

$a_{I,I}$ جميع الطلاب المفصولين ، $a_{II,II}$ جميع الطلاب المتخرجين.

إن أساس التحليل في عملية ماركوف هو تكوين مصفوفة احتمالات الانتقال من أي مرحلة إلى أخرى ضمن فترة زمنية (سنة واحدة)، ويتم عادة تكوينها بعد إجراء عملية تقدير الاحتمالات بالشكل التالي:

$$P = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & 0 & 0 & 0 & P_{1,I} & 0 \\ 0 & P_{2,2} & P_{2,3} & 0 & 0 & P_{2,I} & 0 \\ 0 & 0 & P_{3,3} & P_{3,4} & 0 & P_{3,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{4,4} & P_{4,5} & P_{4,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5,5} & P_{5,I} & P_{5,II} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{I,I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{II,II} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

من المصفوفة السابقة يمكن إيجاد مصفوفة احتمالات الانتقال من الحالات غير الماصة إلى الحالات غير الماصة كالتالي:

$$Q = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{2,2} & P_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{3,3} & P_{3,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{4,4} & P_{4,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5,5} \end{bmatrix} \qquad (21)$$

حيث أن

$(P_{i,i} \;\; , i = 1,2,3,4,5)$ يعني احتمال رسوب أو بقاء الطالب في المستوى i،

$(P_{i,i+1} \; , i = 1,2,3,4)$ يعني احتمال انتقال الطالب من المستوى i إلى المستوى i+1.

الخطوة التالية هي أخذ المصفوفة Q وطرحها من مصفوفة وحدة من نفس السعة ثم يوجد مكوسها

الضربي (مقلوبها) للحصول على المصفوفة $\boldsymbol{N}$ ،وهي التي تستخدم في تقدير زمن البقاء في أي حالة من الحالات غير الماصة (أي زمن بقاء الطالب في أي مستوى من المستويات الدراسية) وكذلك تستخدم في الحصول على مصفوفة احتمالات التنقل من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة (أي انتقال الطالب من المستويات الدراسية إلى حالة التخرج أو حالة الفصل ونوجد هذه المصفوفة كما يلي:

$$N=\begin{bmatrix} q_{1,1} & -P_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{2,2} & -P_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{3,3} & -P_{3,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{4,4} & -P_{4,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{5,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \qquad (22)$$

حيث أن $q_{i,i} = 1 - P_{i,i}$ وتكون N بالشكل التالي:

$$N=\begin{bmatrix} \frac{1}{q_{1,1}} & \frac{P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ 0 & \frac{1}{q_{2,2}} & \frac{P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}} & \frac{P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{q_{3,3}} & \frac{P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}} & \frac{P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q_{4,4}} & \frac{P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{q_{5,5}} \end{bmatrix} \qquad (23)$$

وتعطى مصفوفة أزمنة الامتصاص M والتي تحتوي على الزمن الوسطي قبل الوصول للحالة الماصة(التخرج أو الفصل) بالشكل التالي :

$$M=\begin{bmatrix} \frac{1}{q_{1,1}}+\frac{P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{1}{q_{2,2}}+\frac{P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{1}{q_{3,3}}+\frac{P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{1}{q_{4,4}}+\frac{P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{1}{q_{5,5}} \end{bmatrix} \qquad (24)$$

أي أن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة والتي تمثل انتقال الطالب من المستويات الدراسية إلى حالة التخرج أو حالة الفصل تعطى بالشكل التالي:

$$B=\begin{bmatrix} \frac{P_{1,I}}{q_{1,1}}+\frac{P_{2,I}\,P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\,P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{2,I}}{q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\,P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{3,I}}{q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{4,I}}{q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{5,I}}{q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}}{q_{5,5}} \end{bmatrix} \qquad (25)$$

أما إذا أريد التنبؤ بأعداد الطلبة المتوقع حصولهم على البكالوريوس (التخرج) أو أن يتعرضوا

إلى الفصل في السنوات الخمس التي تلي فترة الدراسة توجد مصفوفة المتوسطات لأعداد الطلاب المسجلين في المستويات الدراسية خلال آخر سنة دراسية نرمز له بالرمز W حيث أن:

$$W = (L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5)$$

إن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس ومتوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في الخمس السنوات القادمة يمكن إيجاده من المصفوفة التي نرمز لها بالرمز F حيث:

$$F = \mathrm{WB} = (L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5)$$

$$\cdot\begin{bmatrix} \frac{P_{1,I}}{q_{1,1}}+\frac{P_{2,I}\;P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\;P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\;P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{2,I}}{q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\,P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{3,I}}{q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{4,I}}{q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}} \\ \frac{P_{5,I}}{q_{5,5}} & \frac{P_{5,II}}{q_{5,5}} \end{bmatrix}$$

(27)

ومن ضرب المصفوفتين أعلاه نستطيع أن نستنتج أن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس في الخمس السنوات القادمة ولنرمز له بالرمز F_{II} و متوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في الخمس السنوات القادمة ولنرمز له بالرمز F_I هما كما يلي:

$$F_{II}=L_1\frac{P_{5,II}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+L_2\frac{P_{5,II}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+L_3\frac{P_{5,II}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}+L_4\frac{P_{5,II}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}}+L_5\frac{P_{5,II}}{q_{5,5}}, \tag{28}$$

$$F_I=L_1\left(\frac{P_{1,I}}{q_{1,1}}+\frac{P_{2,I}\;P_{1,2}}{q_{1,1}q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\;P_{1,2}P_{2,3}}{q_{1,1}q_{2,2}+++++q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\;P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{1,2}P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{1,1}q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}\right)+L_2\left(\frac{P_{2,I}}{q_{2,2}}+\frac{P_{3,I}\,P_{2,3}}{q_{2,2}q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{2,3}P_{3,4}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{2,3}P_{3,4}P_{4,5}}{q_{2,2}q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}\right)+L_3\left(\frac{P_{3,I}}{q_{3,3}}+\frac{P_{4,I}\,P_{3,4}}{q_{3,3}q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{3,4}P_{4,5}}{q_{3,3}q_{4,4}q_{5,5}}\right)+L_4\left(\frac{P_{4,I}}{q_{4,4}}+\frac{P_{5,I}\,P_{4,5}}{q_{4,4}q_{5,5}}\right)+L_5\left(\frac{P_{5,I}}{q_{5,5}}\right) \tag{29}$$

الجانب التطبيقي:

تعتمد سلاسل ماركوف عادة على بيانات عام واحد فقط ونظرا للاضطرابات المتكررة في البلاد فقد أخذ المتوسط للأعوام من2007/ 2006 حتى 2021/2020 في التحليل والجدول التالي يوضح متوسطات أعداد الطلاب الناجحون والراسبون والمفصولون والمتخرجون.

جدول (1): يوضح متوسطات الناجحون والراسبون والمفصولون والمتخرجين في كلية طب الأسنان جامعة عدن للفترة من 2007/2006 إلى 2021/2020

	الناجحون	الراسبون	المفصولون	المجموع
المستوى الأول	190	8	10	208
المستوى الثاني	168	11	21	200
المستوى الثالث	153	8	16	177
المستوى الرابع	136	2	15	143
المستوى الخامس	111	2	0	113
المتخرجون				104

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على بيانات إدارة التخطيط والاحصاء بالجامعة

وتكون مصفوفة الانتقال بين المستويات المختلفة بالشكل التالي:

جدول (2): يوضح مصفوفة الانتقال بين المستويات المختلفة في كلية طب الأسنان جامعة عدن

State الحالات	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_I	L_{II}
L_1	8	190	0	0	0	10	0
L_2	0	11	168	0	0	21	0
L_3	0	0	8	153	0	16	0
L_4	0	0	0	2	136	15	0
L_5	0	0	0	0	2	0	104
L_I	0	0	0	0	0	0	0
L_{II}	0	0	0	0	0	0	104

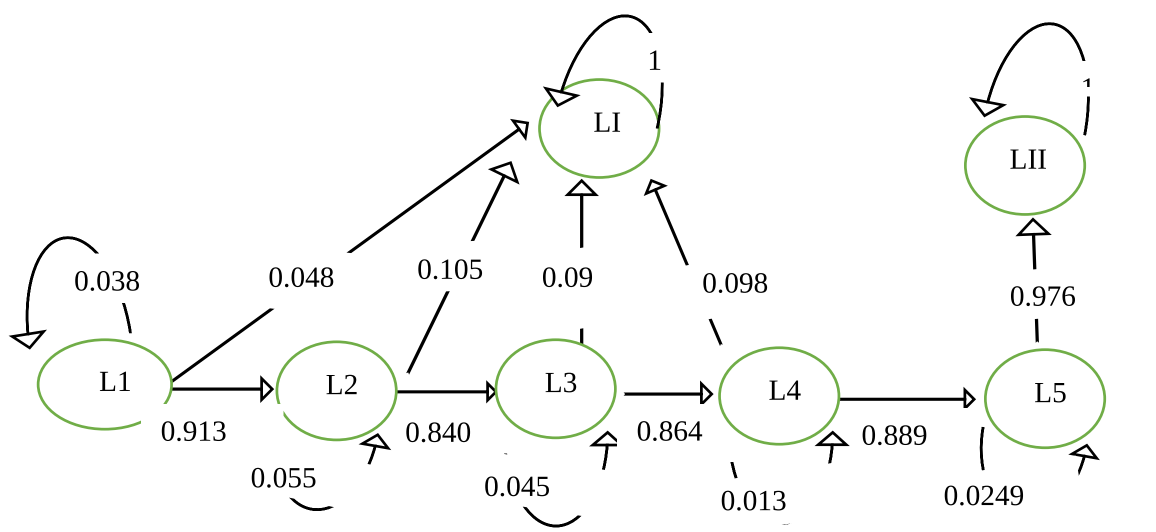
المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على بيانات جدول رقم (1)

باستخدام طريقة الترجيح الأعظم الموضحة في المعادلة (4) تم تقدير احتمالات الانتقال كما في المصفوفة التالية:

$$
M_p = \begin{array}{c} \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_I \\ L_{II} \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 & L_I & L_{II} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0.038 & 0.913 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.048 & 0.000 \\
0.000 & 0.055 & 0.840 & 0.000 & 0.000 & 0.105 & 0.000 \\
0.000 & 0.000 & 0.045 & 0.864 & 0.000 & 0.090 & 0.000 \\
0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.013 & 0.889 & 0.098 & 0.000 \\
0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.024 & 0.000 & 0.976 \\
0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\
0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

والشكل التالي يوضح مخطط الانتقال بين الحالات المختلفة

شكل (1): يوضح مخطط الاحتمالات الانتقالية



وتكون المصفوفة N كما في الجدول التالي:

	L 1	L 2	L 3	L 4	L 5
L 1	1.04	1.004	0.883	0.773	0.704
L 2	0	1.058	0.931	0.815	0.742
L 3	0	0	1.047	0.917	0.835
L 4	0	0	0	1.013	0.923
L 5	0	0	0	0	1.025

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام QM for Windows

حيث أن زمن بقاء الطالب في كلية طب الأسنان جامعة عدن في المستويات المختلفة نوجده من المصفوفة M يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$M=\begin{bmatrix} 4.404 \\ 3.546 \\ 2.799 \\ 1.936 \\ 1.025 \end{bmatrix}$$

أما مصفوفة الاحتمالات الانتقالية من الحالات غير الماصة (المستويات المختلفة) إلى الحالات الماصة (التخرج أو الفصل) والتي رمز لها بالرمز B يمكن كتابتها بالشكل التالي:

	LI	LII
L 1	0.311	0.687
L 2	0.275	0.724
L 3	0.184	0.815
L 4	0.099	0.901
L 5	0	1

المصدر: من إعداد الباحث باستخدام برنامج QM for Windows

حيث أنه بعد مدة بقاء مساوية إلى (4.404) سنة سيحصل 69% من الطلاب المستجدين على التخرج وإن الطالب المستجد بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.687) أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.311) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد أربع سنوات وأربعة أشهر وخمسة وعشرون يوما من طلاب المستوى الأول سيعطى بالمعادلتين:

$$LII = 0.687L1 \quad , \quad LI = 0.311L1 , \qquad (30)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (3.546) سنة سيحصل 72% من طلاب المستوى الثاني على التخرج و إن طالب المستوى الثاني بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.724) أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.275) أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد ثلاث سنوات وستة أشهرا وسبعة عشر من طلاب المستوى الثاني سيعطى بالمعادلتين:

$$LII = 0.724\ L2 \quad , \quad LI = 0.275\ L2 \qquad (31)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (2.799) سنة سيحصل 82% من طلاب المستوى الثالث على التخرج و إن طالب المستوى الثالث بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.815)أو يُفصل نهائياً باحتمال (0.184)أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد عامان وتسعة أشهر وثمان عشر يوما من طلاب المستوى الثالث سيعطى بالمعادلتين:

$$LII = 0.815\ \mathrm{L3} \quad , \quad \mathrm{LI} = 0.184\ \mathrm{L3} , \qquad (32)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (1.936) سنة سيحصل 90% طلاب المستوى الرابع على التخرج وإن طالب المستوى الرابع بعد مدة البقاء هذه سيتخرج باحتمال مساوٍ (0.901)أو يُفصل نهائياً باحتمال(0.099) أي أنه عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد سنة وإحدى عشر شهر وسبع أيام من طلاب المستوى الرابع سيعطى بالمعادلتين:

$$\mathrm{LII} = 0.901\mathrm{L4} \quad , \quad \mathrm{LI} = 0.099\mathrm{L4} , \qquad (33)$$

وكذلك بعد مدة بقاء مساوية إلى (1.025) سنة سيحصل جميع طلاب المستوى الخامس على التخرج ولا يتعرضون للفصل نهائياً أي أن عدد الطلاب المتخرجين والمفصولين بعد سنة وخمسة أيام من طلاب المستوى الخامس سيعطى بالمعادلتين

$$\mathrm{LII} = \mathrm{L5} \quad , \quad \mathrm{LI} = 0 , \qquad (34)$$

ويمكن تلخيص هذه النتائج في الجدول التالي

السنة الدراسية	متوسط عدد الطلبة المتوقع انتقالهم إلى حالة التخرج	متوسط عدد الطلبة المتوقع انتقالهم إلى حالة الفصل	الحالة السابقة في السنة t
t+1	L_5	0	طلاب المستوى الخامس L_5
t+2	0.901L4	0.099L4	طلاب المستوى الرابع L_4
t+3	0.815L3	0.184 L3	طلاب المستوى الثالث L_3
t+4	$0.724L2$	$0.275L2$	طلاب المستوى الثاني L_2
t+5	$0.687L1$	$0.311L1$	طلاب المستوى الأول L_1

ولذلك فإن متوسط عدد الطلبة الذين سيتعرضون للفصل في الخمس السنوات القادمة هو

$$F_I = 0.311L1 + .0.275L_2 + 0.184L_3 + 0.099L_4 \qquad (35)$$

وإن متوسط عدد الطلبة الذين سيحصلون على شهادة البكالوريوس في الخمس السنوات القادمة هو

$$F_{II} = 0.687L_1 + 0.724L_2 + 0.815L_3 + 0.901L_4 + L_5 \qquad (36)$$

ويمكن ايجاد التباينات لزمن بقاء الطالب في كلية طب الأسنان جامعة عدن وفقاً للمعادلة (20) كالآتي

$$2\left(\begin{bmatrix} 1.04 & 1.00 & 0.88 & 0.77 & 0.70 \\ 0.00 & 1.06 & 0.93 & 0.82 & 0.74 \\ 0.00 & 0.00 & 1.05 & 0.92 & 0.84 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.01 & 0.92 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.03 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right). \begin{bmatrix} 4.40 \\ 3.55 \\ 2.80 \\ 1.94 \\ 1.03 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 19.40 \\ 12.57 \\ 7.83 \\ 3.75 \\ 1.05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.86 \\ 1.27 \\ 0.49 \\ 0.13 \\ 0.03 \end{bmatrix}$$

وتختبر فرضية العدم القائلة :لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان جامعة عدن والمدة النظامية بإيجاد قيمة t كما يلي:

$$|t| = \frac{\bar{x} \quad -5}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{4.404 - 5}{\sqrt{\frac{1.861}{5}}} = -0.977 \qquad (37)$$

حيث أن

(5) متوسط مدة بقاء الطالب النظامية في كلية طب الأسنان جامعة عدن.

(4.404) متوسط مدة بقاء الطالب في كلية طب الأسنان جامعة عدن.

(1.861) تباين مدة بقاء الطالب في كلية طب الأسنان جامعة عدن.

(n) حجم العينة (عدد أسطر أو أعمدة المصفوفة وتساوي 5).

حيث كانت قيمة tالفعلية تساوي (-0.977) وبمقارنتها مع قيمة t الجدولية عند مستوى دلالة 5% و درجة حرية $(n-1)$ ، حيث كانت $t_{(0.95,\ 4)} = 2.13$ وقد وجد أن القيمة الفعلية

$|t| < t$ الجدولية وبذلك نقبل فرضية العدم القائلة لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان جامعة عدن والمدة النظامية، ونرفض الفرضية البديلة القائلة يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان جامعة عدن والمدة النظامية.

وفي النهاية اعتمادا على الجدول رقم (3) الذي يحتوي على البيانات الفعلية لإعداد الطلاب المسجلين في كلية طب الأسنان جامعة عدن للفترة من2006/2007 إلى 2020/2021

جدول (3): الطلاب المسجلين في كلية طب الأسنان جامعة عدن للفترة من 2006/2007 إلى 2019/2020

2019/ 2020	2018/ 2019	2017/ 2018	2016/ 2017	2015/ 2016	2014/ 2015	2013/ 2014	2012/ 2013	2011/ 2012	2010/ 2011	2009/ 2010	2008/ 2009	2007/ 2008	2006/ 2007
183	190	229	341	369	320	163	161	242	172	175	156	96	80

المصدر: قسم التخطيط والاحصاء جامعة عدن

تم توفيق معادلة الانحدار حسب النموذج الخطي، فكانت على الشكل التالي

$$L_1 = 12.568\mathrm{Y}_0 - 25101.296 \qquad (38)$$

حيث أن L_1 هو عدد الطلاب الجدد (المقيدين في المستوى الأول)، Y_0 عام التسجيل

وباستخدام النموذج في المعادلة (38) مع معادلة (31) نحصل على

$$\mathrm{L}_{II} = 8.634\mathrm{Y} - 17282.6 \qquad (39)$$

حيث أن L_{II} هو عدد الطلاب المتخرجين، Y عام التخرج

ويكتب على سبيل المثال 2007/2008 بالشكل 2007 وهكذا ومن هذا النموذج تم التنبؤ بعدد الطلاب المتوقع تخرجهم في كلية طب الأسنان جامعة عدن الأول بالشكل التالي:

جدول (4): الطلاب الخريجين في كلية الأسنان في كلية طب الأسنان جامعة عدن للفترة من2006/2007 إلى 2019/2020

العام	2009/ 2010	2010/ 2011	2011/ 2012	2012/ 2013	2013/ 2014	2014/ 2015	2015/ 2016	2016/ 2017	2017/ 2018	2018/ 2019	2019/ 2020
القيمة الحقيقية	69	68	70	79	80	99	95	135	141	96	170
القيمة التقديرية	63	72	80	89	98	106	114	124	132	140	150

المصدر: للقيم الحقيقية قسم التخطيط والاحصاء جامعة عدن

وقد طبق معيار تايل لعدم التساوي الموضح في معادلة (19) ووجد أن قيمة معيار $u = 0.815$ أي أن النموذج يعتبر نموذجا جيدا للتنبؤ وله قوة تنبؤية عالية.

النتائج

1. لا يوجد فرق جوهري بين متوسط مدة البقاء في كلية طب الأسنان جامعة عدن والمدة النظامية.
2. بعد أربع سنوات وأربعة أشهر وخمسة وعشرون يوما سيحصل 69% من الطلاب المستجدين على التخرج و إن الطالب المستجد بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.311) .
3. بعد ثلاث سنوات وستة أشهرا وسبعة عشر يوما سيحصل 72% من طلاب المستوى الثاني على التخرج وإن طالب المستوى الثاني بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.275).
4. بعد عامان وتسعة أشهر وثمان عشر يوما سيحصل 82% من طلاب المستوى الثالث على التخرج وإن طالب المستوى الثالث بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال (0.184).
5. كذلك بعد سنة وإحدى عشر شهر وسبع أيام سيحصل 90% طلاب المستوى الرابع على التخرج وإن طالب المستوى الرابع بعد مدة البقاء هذه سيُفصل نهائياً باحتمال(0.099)
6. كذلك بعد سنة وخمسة أيام سيحصل جميع طلاب المستوى الخامس على التخرج ولا يتعرضون للفصل نهائياً.
7. تم توفيق النموذج $\mathrm{L}_{II} = 8.634\mathrm{Y} - 17282.6$

حيث أن L_{II} هو عدد الطلاب المتخرجين، Y عام التخرج ويكتب على سبيل المثال 2007/2008 بالشكل 2007.

التوصيات

1. ضرورة استخدام الرياضيات الحديثة في دراسة خطط التنمية الاقتصادية ووضع السياسات والخطط لمخرجات الجامعات بما يتفق مع حاجات المجتمع في المستقبل.
2. اعتبار النموذج المار كوفي من الوسائل التي تعمل على المساعدة في وضع إستراتيجية التعليم الجامعي حيث يمكن من خلال هذا النموذج دراسة جميع الكليات وفي مختلف الاختصاصات بحيث يكون بين أيدي القائمين عن التعليم الجامعي أدوات تساعدهم في معرفة الأعداد التي يمكن أن تحصل على المؤهل العلمي ومعرفة زمن التخرج.
3. تشجيع الدراسات على قطاع التعليم الجامعي لما له من دور فعّال دفع عجلة التنمية.

المراجع

[1] عبدالله؛ سهاد (2017): أثر استخدام سلاسل ماركوف في تخطيط التعليم الجامعي-دراسة تطبيقية على كلية المجتمع للبنات بخميس مشيط، مجلة العلوم التربوية والنفسية، العدد (7)، المجلد (1).

[2] أزهري؛ نور مصطفى (2017) استخدام طوريات ماركوف المخفية في التعرف على الصور والرموز، رسالة الماجستير، جامعة تشرين، سوريا.

[3] غافل؛ منى طاهر (2017): استخدام نموذج سلاسل ماركوف في إدارة الديون المعدوم -دراسة تطبيقية في مصرف الاستثمار العراقي (فرع البصرة) ، مجلة الاقتصاد الخليجي، العدد (23).

[4] رودين؛ وليد ميه و فتحي؛ فاطمة هاشم و غافل، منى طاهر (بدون عام نشر): استخدام سلاسل ماركوف الامتصاصية للتنبؤ بأعداد الخريجين في كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة، مجلة العلوم الاقتصادية.

[5] معطي؛ صفاء و لصفوح؛ مختار (2012): تقدير حركة الطلاب في التخصصات المختلفة في كلية العلوم الإدارية باستخدام سلاسل ماركوف الماصة، مجلة العلوم الإدارية-عدن، العدد (5).

[6] العبيدي؛ شهاب احمد ابراهيم (2015): استخدام سلسلة ماركوف الماصة في التنبؤ بأعداد الطلبة الخريجين لبعض اقسام كلية العلوم / جامعة كركوك، مجلة جامعة كركوك للدراسات، العدد (10)، المجلد (2).

[7] محمد؛ مخلص عثمان صالح (2011): استخدام سلاسل ماركوف في التحصيل الأكاديمي-

[8] دراسة تطبيقه-جامعة السودان للعلوم والتكنلوجيا، رسالة ماجستير، جامعة السودان للعلوم والتكنلوجيا.

[9] أحمد؛ ريكان (2008 :(سلاسل ماركوف بين النظرية والتطبيق في المجال الاقتصادي والمالي والإداري، مجلة تنمية الرافدين، العدد)92(، مجلد (30)، جامعة الموصل، العراق.

[10] الوحيشي؛ جمال أحمد صالح (2000): استخدام سلاسل ماركوف في التنبؤ بسكان الجمهورية اليمنية، رسالة دكتوراه، الجامعة المستنصرية، العراق.

[11] البازي؛ عمار فردريك والعباسي، صبا زكي (2006): تطبيقات سلاسل ماركوف في كلية التمريض-جامعة بغداد، مجلة المنصور، العدد (9).

[12] Zhang W., Xiong Q., Shi W. & Chen S. (2016). Region saliency detection via multi-feature on absorbing Markov chain, Springer 32:275–287.

[13] Oliver c., (2009). Markov Processes For Stochastic Modeling, Elsevier Academic Press, USA.

[14] Greenwell R.N., Ritchey N.P., & Lial, M. l. (2003). Calculus for the Life Sciences, Canada, Pearson Education Inc, eighth Edition.

[15] Kemeny, J. G. and Snell, J. (1980). Finite Markov Chains, Springer-Verlag, New York.

RESEARCH ARTICLE

USING THE ABSORBENT MARKOVIAN MATRIX IN ANALYZING THE MOVEMENT OF THE STUDENTS IN THE FACULTY OF DENTISTRY - UNIVERSITY OF ADEN

Hussein Abdulhafedh Saleh Awadh Almarfedy*

Dept. of Mathematics, Faculty of Education - Yafea, University of Aden, Yemen

***Corresponding author: Hussein Abdulhafedh Saleh Awadh Almarfedy; E-mail: hussin80662@hotmail.com**

Received: 01 March 2022 / Accepted 19 March 2022 / Published online: 31 March 2022

Abstract

This research aims to estimate the average period in which the student stays in the Faculty of Dentistry, University of Aden, until graduation. It also aims to estimate the percentage of the students who will obtain a bachelor's degree and who will be subject to dismissal. The descriptive-analytical method is used in this study by analyzing the data using one of the quantitative methods, which is Markov chains as one of the best models used in this domain. Average of successful, failing, dismissed, and graduate students for the period between 2006/2007 and 2019/2020 have been used in analyzing Markov chains instead of using one-year data. The research revealed several results including that there is no fundamental difference between the average length of staying in the Faculty of Dentistry, University of Aden and the regular period and that after a period of time of (four years and four months and twenty-five days, three years and six months and seventeen days, two years and nine months and eighteen days, a year and eleven months and seven days, a year and five days), (69%, 72%, 82%, 90%, and 100%) of the first, second, third, fourth and fifth level students, respectively, will graduate and the probability of their dismissal is (0.311, 0.275, 0.184, 0.099, 0).

Keywords: Markov chains, Absorbent Markov matrix, Average stay time, University of Aden.

كيفية الاقتباس من هذا البحث:

المرفدي، ح. ع. ص. ع. (2022). استخدام المصفوفة المار كوفة الماصة في تحليل حركة الطلاب في كلية طب الأسنان - جامعة عدن. *مجلّة جامعة عدن الإلكترونيّة للعلوم الانسانيّة والاجتماعية*، 3(1)، ص11-25. https://doi.org/10.47372/ejua-hs.2022.1.147/